GRAPHOPLEX

SOCIÉTÉ A RESPONSABILITÉ LIMITÉE AU CAPITAL DE 1.080.000 FRANCS
21, RUE DE MONTSOURIS — PARIS (14e)
TÉLÉPHONE GOBELINS 68-38 — MÉTRO : GÉNÉRAL-LECLERC
R. C. SEINE 285.607 B RÉP. PROD. 7321 C. A. O.

INSTRUCTION ABRÉGÉE POUR L'EMPLOI DE LA RÈGLE A CALCULS

ELECTRIC LOG LOG

20F
3,05€

GRAPHOPLEX

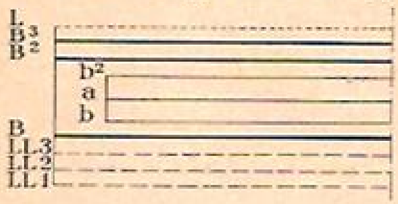
SOCIÉTÉ A RESPONSABILITÉ LIMITÉE AU CAPITAL DE 1.080.000 FRANCS
21, RUE DE MONTSOURIS — PARIS (14e)
TÉLÉPHONE GOBELINS 68-38 — MÉTRO : GÉNÉRAL-LECLERC
R. C. SEINE 285.607 B RÉP. PROD. 7321 C.A.O.

INSTRUCTION ABRÉGÉE POUR L'EMPLOI DE LA RÈGLE A CALCULS

ELECTRIC LOG LOG

DESCRIPTION

Recto de la règle et de la réglette



L	échelle des logarithmes	Échelles fixes (règle)
B^3	échelle des cubes	
B^2	échelle des carrés	
b^2	échelle des carrés	Échelles mobiles (réglette recto)
a	échelle inverse	
b	échelle des nombres	
B	échelle des nombres	Échelles fixes (règle)
LL3 LL2 LL1	échelle des log log	

Verso de la réglette

cos	échelle des cosinus	Échelles mobiles (réglette verso)
sin	échelle des sinus	
tg	échelle des tangentes	
b	échelle des nombres	

Échelles de la règle

L — échelle des logarithmes : divisée en parties égales, donne la mantisse des logarithmes des nombres lus sur l'échelle B.

B^3 — échelle des cubes : se compose de trois échelles identiques placées bout à bout; donne le cube des nombres lus sur B.

B^2 — échelle des carrés : se compose de deux échelles identiques placées bout à bout; donne le carré des nombres lus sur B.

B — échelle des nombres.

LL3, LL2, LL1 — échelle des log log : divisée en trois sections (de 1,01 à 10^5). Voir plus loin : échelles log log.

Échelles de la réglette

Recto :

b^2 — échelle des carrés : identique à B^2; donne le carré des nombres lus sur b.

a — échelle inverse : identique à b, mais se lit en sens contraire, de droite à gauche; donne l'inverse des nombres lus sur b.

b — échelle des nombres : identique à B.

Verso :

cos	échelle des cosinus	Voir plus loin : échelles trigonométriques.
sin	échelle des sinus	
tg	échelle des tangentes	
b	échelle des nombres	

Curseur trois traits

Ce curseur porte trois traits : un trait médian de toute la hauteur du curseur et deux traits courts.

Le trait médian sert au repérage des correspondances.

La distance entre les deux traits courts sert à la conversion immédiate des kilowatts en chevaux-vapeur et inversement (distance 0,736).

La distance entre le trait court de droite et le trait médian permet la détermination immédiate des surfaces de cercle, ou inversement des diamètres, connaissant la surface $\left(\text{distance } \sqrt{\frac{\pi}{4}}\right)$.

Tableaux de notations

Un tableau de notations opératoires placé au verso de la règle donne les relations de correspondances entre les échelles les plus fréquemment utilisées (et, par suite, la réalisation de nombreux calculs utilisés dans la pratique industrielle en un seul coup de règle).

Différents tableaux de notations relatives aux calculs courants d'électrotechnique pourront, sur demande, être livrés avec l'instrument.

OPÉRATIONS

NOTIONS PRÉLIMINAIRES

Correspondance

Établir une correspondance entre deux nombres a et m, c'est amener le nombre a lu sur une échelle mobile en regard du nombre m lu sur une échelle fixe.

Notation d'une correspondance

On indique que le nombre a est amené en regard du nombre m par la notation symbolique $\frac{a}{m}$, qu'il ne faut pas confondre avec le signe de la division. On indique ensuite la nature des échelles utilisées en complétant par une parenthèse contenant le nom de ces échelles.

Exemples :

$\frac{a}{m}\left(\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{B}}\right)$ veut dire que a est lu sur l'échelle mobile b de la réglette,
m est lu sur l'échelle fixe B de la règle.

$\frac{a}{m}\left(\frac{\mathrm{b}^2}{\mathrm{B}}\right)$ veut dire que a est lu sur l'échelle mobile b^2 de la réglette,
m est lu sur l'échelle fixe B de la règle.

$\frac{a}{m}\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{B}}\right)$ veut dire que a est lu sur l'échelle mobile inverse a de la réglette,
m est lu sur l'échelle fixe B de la règle, etc.

Mode opératoire

La règle à calculs utilise les propriétés des échelles; le mode opératoire revient, en dernière analyse :

1° à établir une première correspondance entre deux échelles, l'une mobile, l'autre fixe, le choix de ces échelles dépendant du calcul à effectuer; cette première correspondance fixe la position relative de la réglette et de la règle : nous l'appellerons *correspondance de fixation;*

2° à établir avec le curseur une deuxième correspondance en utilisant soit les mêmes échelles, soit d'autres échelles, suivant le calcul à réaliser; un des termes de cette correspondance étant connu, le terme en regard sera le résultat cherché : nous appellerons cette correspondance *correspondance résultante.*

Notation opératoire

La première correspondance entraîne la deuxième, et vice versa; nous indiquerons cette relation par le signe $\longleftrightarrow$: d'autre part, chacune des correspondances sera indiquée comme il a été dit précédemment; toutefois, si les deux correspondances utilisent les mêmes échelles, on n'emploiera qu'une seule parenthèse indicative.

Exemples :

Les deux correspondances utilisent les mêmes échelles :

$$\frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{B}}\right) \text{(fig. 1).} \qquad \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{\mathrm{b}^2}{\mathrm{B}}\right) \text{(fig. 2).}$$

$$\frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{\mathrm{B}^3}{\mathrm{b}}\right) \text{(fig. 3).}$$

Les deux correspondances utilisent des échelles différentes :

$$\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{B}}\right) \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{B}}\right) \text{(fig. 4).}$$

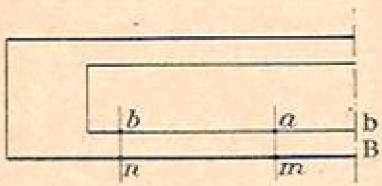


Fig. 1

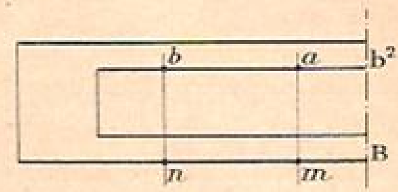


Fig. 2

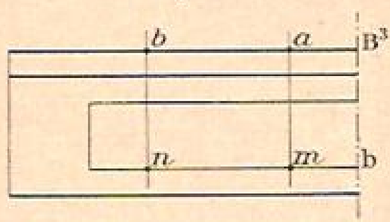


Fig. 3

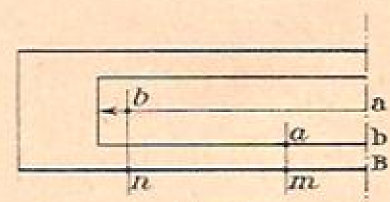


Fig. 4

Remarque. — On observera que la notation opératoire est l'*image de la disposition du calcul sur la règle.*

I. — OPÉRATIONS UTILISANT L'ÉCHELLE MOBILE b ET L'ÉCHELLE FIXE B

On considère quatre nombres : b, n, a, m, disposés sur les échelles comme indiqué figure 1.

Calculs-types

Ces quatre nombres ainsi disposés vérifient la relation $\frac{b}{n} = \frac{a}{m} = \text{constante}$ qui peut s'écrire :

$$\begin{cases} a = b\,\dfrac{m}{n}\ (1) \\ m = n\,\dfrac{a}{b}\ (2) \end{cases} \text{de notation opératoire } \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m}\left(\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{B}}\right).$$

(1) Dans cette expression, b, m, n étant connus, le résultat a est lu sur l'échelle mobile b.

(2) Dans cette expression, n, a, b étant connus, le résultat m est lu sur l'échelle fixe B, ce qui permet de le soumettre à des opérations ultérieures sans avoir besoin de le reporter. Toutefois, (1) est plus général que (2), comme le montrera la suite de cette notice.

Cette disposition de calcul permet d'effectuer la 4e proportionnelle et proportions, la multiplication, la division.

4e proportionnelle

Calculer $a = 25 \times \frac{35}{12,5}$.

La notation opératoire s'écrit : $\frac{25}{12,5} \longleftrightarrow \frac{a}{35}$; on trouve immédiatement $a = 70$.

Opérer comme suit :

Correspondance de fixation : amener 25 lu sur l'échelle b en regard de 12,5 lu sur l'échelle B.

Correspondance résultante : déplacer le curseur; au-dessus de 35 lu sur l'échelle B, on lit $a = 70$ lu sur b.

Proportions

Soit, par exemple, à utiliser l'échelle $\frac{8}{10}$.

En désignant par L_1 L_2 L_3, etc. les dimensions réelles de l'objet; l_1 l_2 l_3, etc. les dimensions réduites correspondantes,

la notation opératoire s'écrit : $\frac{8}{10} \longleftrightarrow \frac{l_1}{L_1} \longleftrightarrow \frac{l_2}{L_2} \longleftrightarrow \frac{l_3}{L_3} \left(\frac{\text{b}}{\text{B}}\right)$;

en regard de L_1 L_2 L_3 lus sur B, on trouve l_1 l_2 l_3 lus sur b.

Exemple :

Pour	$L_1 = 250$	$L_2 = 300$	$L_3 = 700$,
on trouve	$l_1 = 200$	$l_2 = 240$	$l_3 = 560$.

Multiplication

C'est un cas particulier de la 4e proportionnelle.

Si dans $a = b\,\frac{m}{n}$ on fait $n = 1$, il vient $a = bm$ de notation opératoire $\frac{b}{1} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{\text{b}}{\text{B}}\right)$.

Exemple :

Calculer $a = 25 \times 3,5 \left(\text{ou } a = \frac{25 \times 3,5}{1}\right)$;

la notation opératoire s'écrit : $\frac{25}{1} \longleftrightarrow \frac{a}{3,5}$; on trouve immédiatement $a = 87,5$.

Division

C'est un cas particulier de la 4e proportionnelle.

Si dans $a = b\,\frac{m}{n}$ on fait $m = 1$, il vient $a = \frac{b}{n}$ de notation opératoire $\frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{1} \left(\frac{\text{b}}{\text{B}}\right)$.

Exemple :

Calculer $a = \frac{25}{1,25} \left(\text{ou } a = \frac{25 \times 1}{1,25}\right)$;

la notation opératoire s'écrit : $\frac{25}{1,25} \longleftrightarrow \frac{a}{1}$; on trouve immédiatement $a = 20$.

II. — OPÉRATIONS UTILISANT L'ÉCHELLE MOBILE DES CARRÉS b^2 ET L'ÉCHELLE FIXE B

On considère quatre nombres : b, n, a, m, disposés sur les échelles comme indiqué figure 2.

Calculs-types

Entre ces quatre nombres ainsi disposés, on a la relation suivante : $\frac{b}{n^2} = \frac{a}{m^2}$ = constante qui peut s'écrire :

$$\left\{\begin{array}{l} a = b\,\frac{m^2}{n^2} \\ m = n\sqrt{\frac{a}{b}} \end{array}\right. \text{ de notation opératoire } \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{b^2}{B}\right).$$

$\boxed{\text{Forme } a = b\,\frac{m^2}{n^2}}$

Exemple :

Calculer $a = 0,41 \times \frac{4,6^2}{3,2^2}$;

la notation opératoire s'écrit : $\frac{0,41}{3,2} \longleftrightarrow \frac{a}{4,6}$; on trouve immédiatement $a = 0,847$.

$\boxed{\text{Forme } m = n\sqrt{\frac{a}{b}}}$

Exemple :

Calculer $m = 1,4\sqrt{\frac{81}{49}}$;

la notation opératoire s'écrit : $\frac{49}{1,4} \longleftrightarrow \frac{81}{m}$; on trouve immédiatement $m = 1,8$.

Remarque importante. — Il est évident que l'on peut attribuer aux nombres b, n, a, m des valeurs particulières : $n = 1$, $m = 1$, $b = 1$, etc., ce qui permet de *calculer en un seul coup de règle et toujours de la même manière* un grand nombre d'expressions qui trouvent leur application dans de nombreux calculs qui se posent fréquemment dans la technique industrielle (voir tableau des notations opératoires livré avec la règle).

III. — OPÉRATIONS UTILISANT L'ÉCHELLE FIXE DES CUBES B^3 ET L'ÉCHELLE MOBILE DES NOMBRES b

On considère quatre nombres : b, n, a, m, disposés sur les échelles comme indiqué figure 3.

Calculs-types

Entre ces quatre nombres ainsi disposés, on a la relation suivante : $\frac{b}{n^3} = \frac{a}{m^3}$ = constante qui peut s'écrire :

$$\begin{cases} a = b\,\dfrac{m^2}{n^2} \\ m = n\sqrt[2]{\dfrac{a}{b}} \end{cases}$$ de notation opératoire $\dfrac{b}{n} \longleftrightarrow \dfrac{a}{m} \left(\dfrac{\mathrm{B}^2}{\mathrm{b}}\right)$.

Forme $a = b\,\dfrac{m^2}{n^2}$

Exemple :
Calculer $a = 1{,}5 \times \dfrac{50^2}{28^2}$;

la notation opératoire s'écrit : $\dfrac{1{,}5}{28} \longleftrightarrow \dfrac{a}{50}$; on trouve immédiatement $a = 8{,}54$.

Forme $m = n\sqrt[2]{\dfrac{a}{b}}$

Exemple :
Calculer $m = 26\sqrt[2]{\dfrac{3{,}9}{1{,}3}}$;

la notation opératoire s'écrit : $\dfrac{1{,}3}{26} \longleftrightarrow \dfrac{3{,}9}{m}$; on trouve immédiatement $m = 37{,}49$.

Remarque importante. — Même remarque que précédemment (voir tableau).

IV. — COMBINAISONS D'ÉCHELLES

La notion de relation de correspondances peut être étendue aux cas où la correspondance de fixation et la correspondance résultante n'ont pas le même rapport de modules. En ramenant par une transformation convenable l'une des correspondances au même rapport de module que l'autre, on obtient de nouveaux calculs-types intéressants *toujours exécutables en un seul coup de règle et toujours de la même manière.*

Exemple :

Opérations utilisant l'échelle mobile inverse a, *l'échelle mobile* b *et l'échelle fixe* B

On considère les quatre nombres b, n, a, m, disposés sur les échelles comme indiqué figure 4.

Calculs-types

Entre ces quatre nombres ainsi disposés, on a les relations :

$$\begin{matrix} a = \dfrac{m}{bn} \\ m = nba \end{matrix}$$ de notation opératoire $\left(\dfrac{\mathrm{a}}{\mathrm{B}}\right)\dfrac{b}{n} \longleftrightarrow \dfrac{a}{m}\left(\dfrac{\mathrm{b}}{\mathrm{B}}\right)$.

Forme $a = \dfrac{m}{bn}$

Exemple :
Calculer $a = \dfrac{87{,}5}{0{,}5 \times 25}$;

la notation opératoire s'écrit : $\dfrac{0{,}5}{25} \longleftrightarrow \dfrac{a}{87{,}5}$; on trouve $a = 7$.

Forme $m = nba$

Exemple :
Calculer $m = 4{,}5 \times 15 \times 0{,}55$;

la notation opératoire s'écrit : $\dfrac{4{,}5}{15} \longleftrightarrow \dfrac{0{,}55}{m}$; on trouve immédiatement $m = 37{,}1$, etc.

DÉTERMINATION DE L'ORDRE DE GRANDEUR DU RÉSULTAT

La généralisation de la notation opératoire permet de généraliser la méthode de détermination de l'ordre de grandeur du résultat, méthode simple, rapide, applicable à tous les cas.

I. — UTILISATION DE L'ÉCHELLE MOBILE b ET DE L'ÉCHELLE FIXE B

Exemple 1 :

Calculer $a = 0{,}25 \times \frac{65}{31}$, notation opératoire $\frac{0{,}25}{31} \longleftrightarrow \frac{a}{65}$; réalisons ce calcul (fig. 5) :

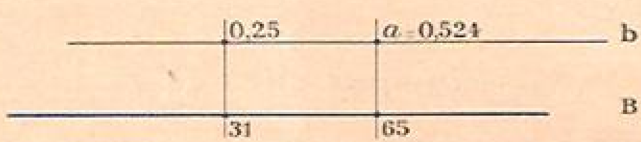


Fig. 5

Correspondance de fixation : 0,25 lu sur b au-dessus de 31 lu sur B;

Correspondance résultante : a lu sur b au-dessus de 65 lu sur B.

Or, sur l'échelle B : 65 est de même ordre de grandeur que 31; alors, sur l'échelle b : a (le résultat) sera de même ordre de grandeur que 0,25, donc $a = 0{,}524$.

Exemple 2 :

Calculer $a = 0{,}25 \times \frac{6\,500}{31}$, notation opératoire $\frac{0{,}25}{31} \longleftrightarrow \frac{a}{6\,500}$; essayons de réaliser ce calcul :

Correspondance de fixation : c'est la même que précédemment;

Correspondance résultante : elle ne peut être établie.

En effet (fig. 6) :

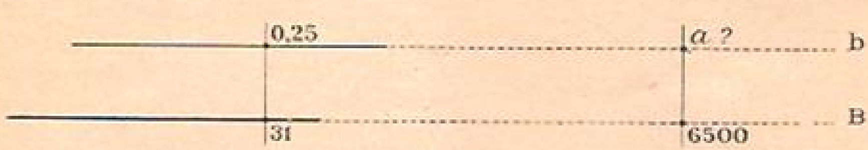


Fig. 6

le nombre 6 500 ne figure pas sur l'échelle B à côté de 31; il se trouve sans doute sur cette même échelle, mais sur son prolongement à droite, prolongement qui n'existe pas.

On ramène alors ce cas au cas précédent comme suit : on remplace 6 500 par 65×10^2 (65 est de même ordre de grandeur que 31).

Or, au-dessus de 31, on lit 0,25;

au-dessus de 65, on lit 0,524;

alors, au-dessus de 65×10^2, on lira $0{,}524 \times 10^2$.

La transformation s'indique dans la notation opératoire comme suit :

$$\frac{0{,}25}{31} \longleftrightarrow \frac{\overset{0{,}524 \times 10^2}{a}}{\underset{65 \times 10^2}{6\,500}} \qquad a = 0{,}524 \times 10^2.$$

Exemple 3 :

Calculer $a = 0{,}25 \times \frac{0{,}065}{31}$;

la notation opératoire s'écrit et se transforme comme suit :

$$\frac{0{,}25}{31} \longleftrightarrow \frac{\overset{0{,}524 \times 10^{-3}}{a}}{\underset{65 \times 10^{-3}}{0{,}065}} \qquad a = 0{,}524 \times 10^{-3}.$$

Exemple 4 :

Calculer $a = 2{,}5 \times \frac{6{,}5}{310}$;

la notation opératoire s'écrit et se transforme comme suit :

$$\frac{2{,}5}{310} \longleftrightarrow \frac{\overset{5{,}24 \times 10^{-2}}{a}}{\underset{650 \times 10^{-2}}{6{,}5}} \qquad a = 5{,}24 \times 10^{-2}.$$

Au-dessus de 310, on lit 2,5;

Au-dessus de 650, on lit 5,24 (5,24 de même ordre de grandeur que 2,5);

Au-dessus de 6,5 (650×10^{-2}), on lira $5{,}24 \times 10^{-2}$.

Exemple 5 :

Calculer $a = 0{,}022 \times 310 \left(\text{ou } 0{,}022 \times \frac{310}{1}\right)$;

la notation opératoire s'écrit et se transforme comme suit :

$$\frac{0{,}022}{1} \longleftrightarrow \frac{\overset{0{,}068 \times 10^2}{a}}{\underset{3{,}10 \times 10^2}{310}} \qquad a = 0{,}068 \times 10^2.$$

Exemple 6 :

Calculer $a = \frac{0{,}45}{0{,}0031}$;

la notation opératoire s'écrit et se transforme comme suit :

$$\frac{0{,}45}{0{,}0031} \longleftrightarrow \frac{\overset{0{,}145 \times 10^3}{a}}{\underset{0{,}001 \times 10^3}{1}} \qquad a = 0{,}145 \times 10^3.$$

Etc.

II. — UTILISATION DE L'ÉCHELLE MOBILE b² ET DE L'ÉCHELLE FIXE B

1° Forme $a = b\,\frac{m^2}{n^2}$, de notation opératoire $\frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{b^2}{B}\right)$

Exemple 1 :

Calculer $a = 0{,}41 \times \frac{4{,}6^2}{3{,}2^2}$;

on a :

$$\frac{0{,}41}{3{,}2} \longleftrightarrow \frac{a}{4{,}6} \qquad a = 0{,}847.$$

4,6 est de même ordre de grandeur que 3,2;

a sera de même ordre de grandeur que 0,41, donc $a = 0{,}847$.

Bien remarquer que a et 0,41 sont sur la *même* échelle de carrés.

Exemple 2 :

Calculer $a = 0{,}41 \times \frac{460^2}{3{,}2^2}$;

on a :

$$\frac{0{,}41}{3{,}2} \longleftrightarrow \frac{\overset{0{,}847 \times 10^4}{a}}{\underset{4{,}60 \times 10^2}{460}} \qquad a = 0{,}847 \times 10^4.$$

On remplace 460 par $4{,}60 \times 10^2$ (4,60 est de même ordre de grandeur que 3,2).

Au-dessus de 3,2, on lit 0,41;

Au-dessus de 4,6, on lit 0,847;

Au-dessus de 460 ($4{,}6 \times 10^2$), on lira $0{,}847 \times 10^4$.

Pourquoi 10^4 ?

Parce que la croissance sur l'échelle des carrés b² est deux fois plus grande que sur l'échelle B.

Ainsi, par exemple, si au lieu de 460 nous avions :

4 600,	nous aurions écrit :	$4\,600 = 4{,}6 \times 10^3$;
	alors le résultat	$a = 0{,}847 \times 10^6$;
0,0046,	nous aurions écrit :	$0{,}0046 = 4{,}6 \times 10^{-3}$;
	alors	$a = 0{,}847 \times 10^{-6}$;
46,	nous aurions écrit :	$46 = 4{,}6 \times 10^1$;
	alors	$a = 0{,}847 \times 10^2$, etc.

Exemple 3 :

Calculer $a = 410 \times \frac{4{,}6^2}{3{,}2^2}$;

on a :

$$\frac{410}{3{,}2} \longleftrightarrow \frac{a}{4{,}6} \qquad a = 847.$$

Au-dessus de 3,2, on a 410;

Au-dessus de 4,6, on a donc 847 (847 est de même ordre de grandeur que 410).

Exemple 4 :

Calculer $a = 0{,}41 \times \frac{7{,}1^2}{3{,}2^2}$;

on a :

$$\frac{0{,}41}{3{,}2} \longleftrightarrow \frac{a}{7{,}1} \qquad a = 2.$$

Au-dessus de 3,2, on lit 0,41;

Au-dessus de 7,1, on lit 2 et non 0,2. Pourquoi ?

Parce que 0,41 est sur la *première* échelle de carrés,
a est sur la *deuxième* échelle de carrés.

Exemple 5 :

Calculer $a = 0{,}41 \times 46^2$;

on a :

$$\frac{0{,}41}{1} \longleftrightarrow \frac{\overset{8{,}67 \times 10^2}{a}}{\underset{4{,}6 \times 10}{46}} \qquad a = 8{,}67 \times 10^2.$$

$$\boxed{2^o \text{ Forme } m = n\sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ de notation opératoire } \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m}\left(\frac{\mathrm{b}^2}{\mathrm{B}}\right)}$$

Exemple 1 :

Calculer $m = 1{,}4\sqrt{\frac{81}{49}}$;

on a :

$$\frac{49}{1{,}4} \longleftrightarrow \frac{81}{m} \qquad m = 1{,}8.$$

Au-dessous de 49, on lit 1,4;

Au-dessous de 81, on lira 1,8 (81 est de même ordre de grandeur que 49).

Exemple 2 :

Calculer $m = 1{,}4\sqrt{\frac{8\,100}{49}}$;

on a :

$$\frac{49}{1{,}4} \longleftrightarrow \frac{\overset{81 \times 10^2}{8\,100}}{\underset{1{,}8 \times 10^1}{m}} \qquad m = 1{,}8 \times 10;$$

on remplace 8 100 par 81×10^2 (81 est de même ordre de grandeur que 49).

Au-dessous de 49, on lit 1,4;

Au-dessous de 81, on lit 1,8;

Au-dessous de 8 100 (81×10^2), on a $1{,}8 \times 10^1$.

Il est clair que si, au lieu de 8 100, nous avions :

810 000, nous aurions écrit $810\,000 = 81 \times 10^4$;
alors le résultat $m = 1{,}8 \times 10^2$;

0,81, nous aurions écrit $0{,}81 = 81 \times 10^{-2}$;
alors $m = 1{,}8 \times 10^{-1}$;

0,0081, nous aurions écrit $0{,}0081 = 81 \times 10^{-4}$;
alors $m = 1{,}8 \times 10^{-2}$, etc.

Exemple 3 :

Calculer $m = 1{,}4 \sqrt{\frac{810}{49}}$;

on a :

$$\frac{49}{1{,}4} \longleftrightarrow \frac{810}{m} \qquad m = 5{,}7.$$

810 n'est pas du même ordre de grandeur que 49; cependant, il ne faut pas écrire $810 = 81 \times 10$, *car sur l'échelle des carrés on ne peut faire usage que de puissances paires.*

On conservera donc 810, car nous savons que l'échelle des carrés se compose de deux échelles identiques placées bout à bout :

49 sera lu sur la *première* échelle de carrés;

810 sera lu sur la *deuxième* échelle de carrés.

Au-dessous de 49, on lit 1,4;

Au-dessous de 810, on lit 5,7.

Exemple 4 :

Calculer $m = 14 \sqrt{\frac{0{,}00810}{4{,}9}}$;

on a :

$$\frac{4{,}9}{14} \longleftrightarrow \frac{\overset{81 \times 10^{-4}}{0{,}00810}}{\underset{57 \times 10^{-2}}{m}} \qquad m = 57 \times 10^{-2};$$

on ne prendra pas 8,1, ce qui donnerait une puissance impaire, mais 81.

4,9 se lira sur la *première* échelle de carrés;

81 se lira sur la *deuxième* échelle de carrés.

Au-dessous de 4,9, on a 14;

Au-dessous de 81, on lit 57.

Or, $0{,}00810 = 81 \times 10^{-4}$;

alors $m = 57 \times 10^{-2}$.

Exemple 5 :

Calculer $m = 140 \sqrt{0{,}25}$;

on a :

$$\frac{1}{140} \longleftrightarrow \frac{\overset{25 \times 10^{-2}}{0{,}25}}{\underset{700 \times 10^{-1}}{m}} \qquad m = 700 \times 10^{-1}, \text{ etc.}$$

III. — COMBINAISON D'ÉCHELLES

Utilisation des échelles a, b *et* B

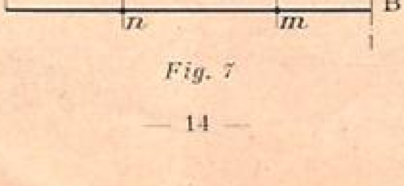


Fig. 7

Les quatre nombres b, n, a, m étant disposés sur les échelles comme indiqué sur la figure 7, on a :

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{m}{bn} \\ m &= bna \end{aligned}\right\} \text{ de notation opératoire } \left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{B}}\right)\frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m}\left(\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{B}}\right).$$

Pour la détermination de l'ordre de grandeur du résultat, on ramène ce cas à celui de la 4e proportionnelle, en considérant l'ordre de grandeur du nombre b' inverse de b (qu'il est d'ailleurs inutile de lire avec précision).

Rappelons, au sujet de l'ordre de grandeur de l'inverse d'un nombre :

Nombres > 1.

Exemple :

4,5, nombre de 1 chiffre : inverse 0,22, ordre du $\frac{1}{10}$;

45, nombre de 2 chiffres : inverse 0,022, ordre du $\frac{1}{100}$;

450, nombre de 3 chiffres : inverse 0,0022, ordre du $\frac{1}{1\,000}$.

Nombres < 1.

0,45 $\left(\text{ordre du } \frac{1}{10}\right)$: inverse 2,2, 1 chiffre;

0,045 $\left(\text{ordre du } \frac{1}{100}\right)$: inverse 22,2, 2 chiffres;

0,0045 $\left(\text{ordre du } \frac{1}{1\,000}\right)$: inverse 222, 3 chiffres, etc.

On considère donc l'ordre de grandeur de l'inverse de b et l'on opère ensuite comme précédemment indiqué.

Exemple 1 :

Calculer $a = \frac{337{,}5}{4{,}5 \times 3}$;

la notation opératoire s'écrit et se transforme comme suit :

$$\frac{\begin{matrix}0{,}22\ldots \\ 4{,}5\end{matrix}}{3} \longleftrightarrow \frac{\begin{matrix}0{,}25 \times 10^2 \\ a\end{matrix}}{\begin{matrix}337{,}5 \\ 3{,}375 \times 10^2\end{matrix}} \qquad a = 25.$$

Au-dessus de 3, on lit non pas 4,5, mais son inverse 0,22 ... (sur b);

Au-dessus de 3,37, on lit 0,25 (sur b).

Or, $337{,}5 = 3{,}37 \times 10^2$;

alors $a = 0{,}25 \times 10^2$, soit $a = 25$.

Exemple 2 :

Calculer $m = 4{,}5 \times 2 \times 6{,}9$;

la notation opératoire s'écrit et se transforme comme suit :

$$\frac{\begin{matrix}0{,}22\ldots \\ 4{,}5\end{matrix}}{2} \longleftrightarrow \frac{\begin{matrix}0{,}69 \times 10 \\ 6{,}9\end{matrix}}{\begin{matrix}m \\ 6{,}2 \times 10\end{matrix}} \qquad m = 62.$$

On considère non pas 4,5, mais son inverse 0,22;

alors 6,9 = 0,69 × 10 (0,69 est de même ordre de grandeur que 0,22).

Au-dessous de 4,5 (ou de 0,22), on lit 2;

Au-dessous de 0,69, on lit 6,2;

alors $m = 6{,}2 \times 10$.

Utilisation des échelles B², b² *et* b

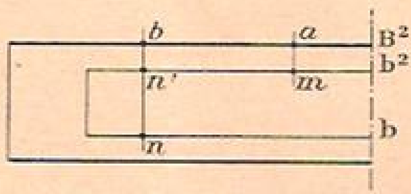


Fig. 8

Les quatre nombres b, n, a, m étant disposés sur les échelles comme indiqué sur la figure 8, on a :

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{bm}{n^2} \\ m &= \frac{n^2 a}{b} \end{aligned}\right\} \text{ de notation opératoire } \left(\frac{\mathrm{B}^2}{\mathrm{b}}\right) \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{\mathrm{B}^2}{\mathrm{b}^2}\right).$$

On ramène la première correspondance aux mêmes échelles que la seconde, en considérant n' lu sur l'échelle b² en regard de n; $n' = n^2$ (inutile de lire n^2 avec précision, son ordre de grandeur suffit).

On est alors ramené au cas général.

Exemple :

Calculer $a = \dfrac{0{,}026 \times 93}{0{,}21^2}$;

la notation opératoire s'écrit et se transforme comme suit :

$$\begin{array}{c} \\ 0{,}026 \\ \hline 0{,}21 \\ 0{,}04\ldots \end{array} \longleftrightarrow \begin{array}{c} 0{,}0548 \times 10^3 \\ a \\ \hline 93 \\ 0{,}093 \times 10^3 \end{array} \qquad a = 54{,}8.$$

On considère 0,04 ... carré de 0,21 lu sur b².

Au-dessus de 0,04, on avait 0,026;

Au-dessus de 0,093, on lit 0,0548;

Or, $93 = 0{,}093 \times 10^3$;

alors $a = 0{,}0548 \times 10^3$, soit 54,8, etc.

ÉCHELLES TRIGONOMÉTRIQUES

Échelle **sin** : échelle des sinus : graduée de 5°44 à 90°.

Échelle **tg** : échelle des tangentes : graduée de 5°43 à 45°.

Ces deux échelles placées sur le verso de la réglette sont accompagnées d'une échelle des nombres b; cette disposition intéressante permet, en lisant un angle soit sur l'échelle des sinus, soit sur l'échelle des tangentes, de lire immédiatement la valeur du sinus ou de la tangente sur l'échelle mobile b et de faire entrer cette valeur dans de multiples opérations réalisables en un seul coup de règle.

Échelle **cos** : échelle des cosinus.

Cette échelle donne les valeurs des cosinus en correspondance avec les angles repérés sur l'échelle des sinus; cette disposition permet la détermination précise du cosinus d'un petit angle ou le sinus d'un grand angle.

PREMIÈRE MÉTHODE : RÉGLETTE RETOURNÉE

Retourner la réglette; la replacer verso en dessus dans la règle.

Sinus et tangentes (sinus des angles de 5°44 à 90°)
(tangentes des angles de 5°43 à 45°)

Établir la correspondance entre l'origine 1 de l'échelle b et l'origine 1 de l'échelle B.

Dans ces conditions :

1° A un angle α lu sur l'échelle sin correspond :

Sur l'échelle L : log sin α,
Sur l'échelle B^3 : $\sin^3 \alpha$,
Sur l'échelle B^2 : $\sin^2 \alpha$,
Sur l'échelle B : sin α,
Sur l'échelle cos : cos α.

2° A un angle α lu sur l'échelle tg correspond :

Sur l'échelle L : log tg α,
Sur l'échelle B^3 : $tg^3\ \alpha$,
Sur l'échelle B^2 : $tg^2\ \alpha$,
Sur l'échelle B : tg α.

Tangentes des angles > 45° (compris entre 45° et 84°17, la tangente est comprise entre 1 et 10)

Notation opératoire :

$$\left(\frac{tg}{B}\right)\frac{90-\alpha}{1} \longleftrightarrow \frac{1}{tg\ \alpha}\left(\frac{b}{B}\right).$$

Lire le complément 90 — α sur l'échelle tg;

Amener 90 — α en regard de 1, lu sur B;

Déplacer le curseur : au-dessous de 1 lu sur b, on trouve tg α, lu sur B.

Opérations avec sinus (d'un seul coup de règle)

I. $a = \sin b \times \frac{m}{n}$, notation opératoire $\left(\frac{\sin}{B}\right) \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{b}{B}\right)$. (1)

$a = \sin b \times m$, notation opératoire $\left(\frac{\sin}{B}\right) \frac{b}{1} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{b}{B}\right)$. (2)

$a = \sin b \times \frac{1}{n}$, notation opératoire $\left(\frac{\sin}{B}\right) \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{1} \left(\frac{b}{B}\right)$. (3)

II. $m = n \frac{\sin a}{\sin b}$, notation opératoire $\left(\frac{\sin}{B}\right) \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{\sin}{B}\right)$. (4)

$m = \frac{\sin a}{\sin b}$, notation opératoire $\left(\frac{\sin}{B}\right) \frac{b}{1} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{\sin}{B}\right)$. (5)

$m = \frac{n}{\sin b}$, notation opératoire $\left(\frac{\sin}{B}\right) \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{1}{m} \left(\frac{b}{B}\right)$. (6)

III. $a = b \frac{\sin^2 m}{\sin^2 n}$, notation opératoire $\left(\frac{B^2}{\sin}\right) \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{B^2}{\sin}\right)$. (7)

$a = b \sin^2 m$, notation opératoire $\left(\frac{B^2}{b}\right) \frac{b}{1} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{B^2}{\sin}\right)$. (8)

$a = \frac{b}{\sin^2 n}$, notation opératoire $\left(\frac{B^2}{\sin}\right) \frac{b}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{1} \left(\frac{B^2}{b}\right)$. (9)

$a = \frac{\sin^2 m}{\sin^2 n}$, notation opératoire $\left(\frac{B^2}{\sin}\right) \frac{1}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{B^2}{\sin}\right)$. (10)

IV. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$, not. opér. $\frac{A}{a} \longleftrightarrow \frac{B}{b} \longleftrightarrow \frac{C}{c} \left(\frac{\sin}{B}\right)$. (11)

Etc.

Opérations avec tangentes

Même notations, mais l'échelle des sinus est remplacée par l'échelle des tangentes.

Sinus et tangentes des petits angles (α inférieur à 5° 44)

On confond le sinus et la tangente avec l'arc exprimé en radians; la réglette étant dans sa position normale, le résultat s'obtient par une simple proportion.

La notation opératoire s'écrit :

Si α est exprimé en minutes (α') :

$$\frac{\alpha'}{3\,438} \longleftrightarrow \frac{\sin \alpha}{1} \left(\frac{b}{B}\right); \qquad (12)$$

Si α est exprimé en secondes (α'') :

$$\frac{\alpha''}{206\,263} \longleftrightarrow \frac{\sin \alpha}{1} \left(\frac{b}{B}\right). \qquad (13)$$

Le diviseur 3 438 est repéré sur l'échelle B par la marque ρ';

Le diviseur 206 263 est repéré sur l'échelle B par la marque ρ''.

Tangentes des grands angles (α compris entre 84° 17 et 90°)

Le résultat s'obtient encore par une simple proportion. Prendre le complément $\beta = 90 - \alpha$.

La notation opératoire s'écrit :

Si β est exprimé en minutes (β') :

$$\frac{\beta'}{3\,438} \longleftrightarrow \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \left(\frac{b}{B}\right); \tag{14}$$

Si β est exprimé en secondes (β'') :

$$\frac{\beta''}{206\,263} \longleftrightarrow \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \left(\frac{b}{B}\right). \tag{15}$$

Sinus des grands angles

On peut les obtenir avec une grande précision en utilisant l'échelle des cosinus.

On repère par le trait du curseur l'angle complémentaire de l'angle donné lu sur l'échelle sin; en correspondance, on lit immédiatement la valeur du sinus sur l'échelle cos.

Notation opératoire :

$$\frac{\sin \alpha}{90 - \alpha} \left(\frac{\cos}{\sin}\right). \tag{16}$$

Quelques exemples

Exemple 1 :

Calculer $a = \sin 12°40 \times 0{,}0145$;

la notation (2) devient :

$$\frac{12°40}{1} \longleftrightarrow \frac{\overset{0{,}318 \times 10^{-2}}{a}}{\underset{1{,}45 \times 10^{-2}}{0{,}0145}} \qquad a = 0{,}318 \times 10^{-2}.$$

Exemple 2 :

Calculer $m = 2 \dfrac{\sin 30°}{\sin 15°}$;

la notation (4) devient :

$$\frac{15°}{2} \longleftrightarrow \frac{30°}{m} \qquad m = 3{,}87.$$

Exemple 3 :

Calculer $a = 2 \sin^2 30°$;

la notation (8) devient :

$$\frac{2}{1} \longleftrightarrow \frac{a}{30} \qquad a = 0{,}5.$$

Exemple 4 :

Calculer $x = \sin 3°20'$ ($3°20' = 200'$);

la notation (12) devient :

$$\frac{200}{3\,438} \longleftrightarrow \frac{\overset{581 \times 10^{-4}}{x}}{\underset{10\,000 \times 10^{-4}}{1}} \qquad x = 0{,}0581.$$

Exemple 5 :

Calculer $x = \operatorname{tg} \alpha$ pour $\alpha = 89°20'$:

On a $\beta' = 40'$;

la notation (15) devient :

$$\frac{40}{3\,438} \longleftrightarrow \frac{\overset{100 \times 10^{-2}}{1}}{\underset{8\,590 \times 10^{-2}}{x}} \qquad \operatorname{tg} \alpha = 85{,}9.$$

Exemple 6 :

Calculer sin 80°.

On a : 90° — 80° = 10°;

la notation (16) devient :

$$\frac{\sin 80}{10}$$ et on lit immédiatement : sin 80° = 0,9848.

DEUXIÈME MÉTHODE : RÉGLETTE NON RETOURNÉE

La règle et la réglette étant dans leurs positions normales :

Sinus (α compris entre 5°45 et 90°)

Notation opératoire :

$$\sin \mid \alpha \mid \longleftrightarrow \frac{\sin \alpha}{1} \left(\frac{b}{B}\right),$$

qu'il faut interpréter comme suit :

Correspondance de fixation :

Retourner l'ensemble de l'instrument; tirer la réglette pour amener l'angle α lu sur l'échelle sin en regard de l'index vertical gravé sur le voyant de l'une quelconque des deux fenêtres.

Correspondance résultante :

Retourner l'ensemble de l'instrument recto en dessus; lire sin α sur l'échelle b en correspondance avec 1 lu sur l'échelle B.

Tangentes

1° α compris entre 5°43 et 45° :

Notation opératoire :

$$\mathrm{tg} \mid \alpha \mid \longleftrightarrow \frac{\mathrm{tg}\, \alpha}{1} \left(\frac{b}{B}\right);$$

même chose que précédemment, mais α est lu sur l'échelle des tangentes tg.

2° α compris entre 45° et 84°17 :

Notation opératoire :

$$\mathrm{tg} \mid 90 - \alpha \mid \longleftrightarrow \frac{1}{\mathrm{tg}\, \alpha} \left(\frac{b}{B}\right).$$

3° Pour la détermination des tangentes des petits angles ou des grands angles, voir précédemment.

Les valeurs des sinus et des tangentes étant lues sur les échelles b ou B peuvent être soumises à des opérations ultérieures; on peut ainsi obtenir immédiatement :

$$\sin^2 \alpha \qquad \sin^3 \alpha \qquad \frac{1}{\sin \alpha} \qquad \log \sin \alpha, \text{ etc.}$$

Il est possible de même de résoudre d'un seul coup de règle des expressions de la forme :

$$a = \sin b \times \frac{m}{n} \text{ ou } a = \mathrm{tg}\, b \times \frac{m}{n};$$

$$a = \sin b \times m \text{ ou } a = \mathrm{tg}\, b \times m;$$

$$a = \sin b \times \frac{1}{n} \text{ ou } a = \mathrm{tg}\, b \times \frac{1}{n}.$$

α compris entre 5°45 et 90° pour les sinus.

α compris entre 5°44 et 45° pour les tangentes.

Remarque importante. — Le choix et la disposition particulière des échelles du verso de la réglette permettent la réalisation *immédiate* d'intéressants calculs; on observe les échelles à travers l'une ou l'autre des deux fenêtres placées au verso de l'instrument :

1° Détermination des sinus, tangentes et cosinus

En correspondance avec α lu sur l'échelle des sinus, on a immédiatement :

sin α sur l'échelle b,

cos α sur l'échelle cos;

En correspondance avec α lu sur l'échelle des tangentes, on a :

tg α sur l'échelle b.

2° Calculs instantanés de certaines expressions

En posant $m = \sin \alpha \qquad m < 1$, on a immédiatement :

$$x = \sqrt{1 - m^2} \quad \text{en lisant } x = \cos \alpha,$$

$$x = \frac{m}{\sqrt{1 - m^2}} \quad \text{en lisant } x = \operatorname{tg} \alpha,$$

$$x = 2m\sqrt{1 - m^2} \quad \text{en lisant } x = \sin 2\alpha,$$

$$x = 1 - 2m^2 \quad \text{en lisant } x = \cos 2\alpha.$$

On lit m sur l'échelle b, ce qui donne immédiatement α sur l'échelle des sinus et, par suite, cos α, tg α, sin 2α, cos 2α.

Exemple :

Pour $m = 0{,}259$, on trouve immédiatement $\alpha = 15°$.

Par suite :

$$x = \sqrt{1 - 0{,}259^2} = \cos 15° = 0{,}966,$$

$$x = \frac{0{,}259}{\sqrt{1 - 0{,}259^2}} = \operatorname{tg}\ 15° = 0{,}268,$$

$$x = 2 \times 0{,}259\sqrt{1 - 0{,}259^2} = \sin 30° = 0{,}5,$$

$$x = 1 - 2 \times 0{,}259^2 = \cos 30° = 0{,}866.$$

De même, en posant $m = \operatorname{tg} \alpha$ (m quelconque), on a immédiatement :

$$x = \frac{1}{\sqrt{1 + m^2}} \quad \text{en lisant } x = \cos \alpha,$$

$$x = \frac{m}{\sqrt{1 + m^2}} \quad \text{en lisant } x = \sin \alpha,$$

$$x = \frac{2m}{1 + m^2} \quad \text{en lisant } x = \sin 2\alpha,$$

$$x = \frac{2m}{1 - m^2} \quad \text{en lisant } x = \operatorname{tg} 2\alpha,$$

$$x = \frac{1 - m^2}{1 + m^2} \quad \text{en lisant } x = \cos 2\alpha.$$

Etc.

ÉCHELLE DES LOGARITHMES

Cette échelle L placée à la partie supérieure de la règle est graduée en divisions également espacées; la correspondance avec les nombres de l'échelle B se réalise avec le curseur et permet d'obtenir immédiatement la partie décimale (mantisse) d'un nombre donné.

Rappelons que le logarithme d'un nombre se compose de deux parties : la caractéristique et la mantisse.

a) Caractéristique

Nombre > 1 : la caractéristique renferme autant d'unités positives que le nombre a de chiffres à sa partie entière moins un.

Exemples :

45,3 caractéristique 1,

45 300 caractéristique 4,

4,5 caractéristique 0.

Nombre < 1 : la caractéristique renferme autant d'unités négatives que le nombre a de zéros précédant le premier chiffre significatif, sans tenir compte de la virgule.

Exemples :

0,45 caractéristique $\overline{1}$,

0,00045 caractéristique $\overline{4}$.

b) Mantisse

C'est la partie décimale du logarithme.

L'échelle des logarithmes L donne immédiatement la valeur de la mantisse d'un nombre lu sur l'échelle B.

C'est donc une simple correspondance établie avec le trait médian du curseur.

La notation opératoire est donc :

$$\frac{\log a}{a}\left(\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{B}}\right).$$

Logarithme d'un nombre

Exemple 1 :

Calculer $x = \log 32{,}5$.

Caractéristique : 1,

Mantisse : 0,511 (0,511 lu sur L en correspondance avec 3,25 lu sur B); d'où $x = 1{,}511$.

Exemple 2 :

Calculer $x = \log 0{,}00038$.

Caractéristique : $\overline{4}$,

Mantisse : 0,579;

d'où $x = \overline{4}{,}579$.

Nombre dont on connaît le logarithme

On repère la mantisse connue sur l'échelle L.

En correspondance avec cette mantisse, on lit le nombre compris entre 1 et 10 sur l'échelle B; on multiplie le résultat par 10^c, c étant la caractéristique.

Exemple 3 :

Calculer x pour $\log x = 5{,}301$.

On lit 301 sur l'échelle L.

En correspondance avec 301, on lit 2 sur l'échelle B :

$$x = 2 \times 10^5.$$

Exemple 4 :

Calculer x pour $\log x = \bar{4}{,}465$.

On lit 465 sur l'échelle L.

En correspondance avec 465, on lit 2,92 sur l'échelle B :

$$x = 2{,}92 \times 10^{-4}.$$

Remarque. — On détermine également immédiatement les cologarithmes en utilisant l'échelle L et l'échelle a, à condition de réaliser la correspondance entre l'origine de la règle et l'origine de la réglette.

ÉCHELLES LOG LOG

Elles permettent de calculer :

$$\begin{cases} m = n^a \\ n = \sqrt[a]{m} \end{cases}, \text{ notation opératoire } \frac{1}{n} \longleftrightarrow \frac{a}{m} \left(\frac{\text{b}}{\text{LL}}\right).$$

1 et a sont lus sur l'échelle b;

n et m sont lus sur l'échelle log log LL.

Cette échelle comprend trois échelles LL1, LL2, LL3 (voir figure 9).

Fig. 9

Calcul de puissances $m = n^a$

Exemple 1 :

Calculer $m = 1{,}42^{2,14}$;

la notation opératoire s'écrit : $\frac{1}{1{,}42} \longleftrightarrow \frac{2{,}14}{m}$; on trouve immédiatement $m = 2{,}12$.

Exemple 2 :

Calculer $m = 1{,}23^{3,4}$;

la notation opératoire s'écrit : $\frac{1}{1{,}23} \longleftrightarrow \frac{3{,}4}{m}$; on trouve $m = 2{,}02$.

Exemple 3 :

Calculer $m = 7{,}2^{1{,}84}$; $m = 37{,}8$.

Exemple 4 :

Calculer $m = 2{,}14^{6{,}5}$; $m = 140$.

Cas où le résultat n'est pas sur l'échelle.

Exemple 5 :

Calculer $m = 12{,}3^{3{,}4}$.

On peut écrire : $12{,}3^{3{,}4} = 1{,}23^{3{,}4} \times 10^{3{,}4} = m_1 \times m_2$.

a) $m_1 = 1{,}23^{3{,}4} = 2{,}02$, cas précédent.

b) $m_2 = 10^{3{,}4}$.

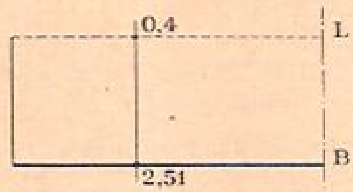
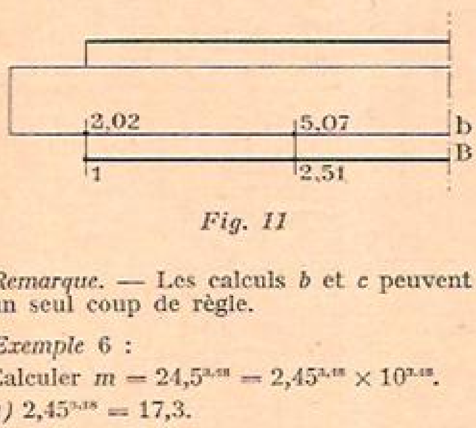


Fig. 10

On cherche le nombre n qui a pour logarithme 0,4 $\quad n = 2{,}51$ (fig. 10);

alors $m_2 = 2{,}51 \times 10^3 = 2\,510$.

c) $m = m_1 \times m_2 = 2{,}02 \times 2\,510$, simple multiplication (fig. 11).



$$\frac{2{,}02}{1} \;—\; \frac{\begin{array}{c}5{,}07 \times 10^3\\ m\end{array}}{\begin{array}{c}2\,510\\ 2{,}51 \times 10^3\end{array}}$$

Fig. 11

Remarque. — Les calculs *b* et *c* peuvent se grouper et ils s'exécutent en un seul coup de règle.

Exemple 6 :

Calculer $m = 24{,}5^{3{,}18} = 2{,}45^{3{,}18} \times 10^{3{,}18}$.

a) $2{,}45^{3{,}18} = 17{,}3$.

b) $10^{3{,}18} = 1{,}514 \times 10^3$.

c) $17{,}3 \times 1\,514 = 26{,}19 \times 10^3$.

Calculs de racines $n = \sqrt[a]{m}$

Exemple 7 :

Calculer $n = \sqrt[2{,}34]{28}$;

la notation opératoire s'écrit : $\frac{2{,}34}{28} \longleftrightarrow \frac{1}{n}\left(\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{LL}}\right)$; on trouve immédiatement $n = 4{,}18$.

Exemple 8 :

Calculer $n = \sqrt[1,3]{1,25}$;

la notation opératoire s'écrit : $\dfrac{1,3}{1,25} \longleftrightarrow \dfrac{1}{n}$; on trouve immédiatement $n = 1,187$.

Exemple 9 :

Calculer $n = \sqrt[0,23]{1,48}$.

L'indice n'existe pas sur l'échelle; on peut écrire : $n = \sqrt[2,3]{1,48^{10}}$.

a) Calcul de $1,48^{10} = m$;

la notation opératoire s'écrit : $\dfrac{1}{1,48} \longleftrightarrow \dfrac{10}{m}$; on trouve immédiatement $m = 50$.

b) Calcul de $n = \sqrt[2,3]{50}$;

la notation opératoire s'écrit : $\dfrac{2,3}{50} \longleftrightarrow \dfrac{1}{n}$; on trouve immédiatement $n = 5,5$.

Logarithmes népériens ($\log_e$)

La détermination du logarithme naturel d'un nombre n se fait très rapidement en utilisant les échelles log log.

La notation opératoire est la suivante :

$$\frac{1}{e} \longleftrightarrow \frac{\log_e n}{n} \left(\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{LL}}\right) \text{(1)},$$

qu'il faut interpréter comme suit :

Mantisse

Amener 1 lu sur l'échelle b en coïncidence avec le repère e de l'échelle LL ($e = 2,718$);

Déplacer le curseur; en coïncidence avec le nombre n lu sur l'échelle LL, on a immédiatement la mantisse lue sur l'échelle b.

Caractéristique

Si le nombre est lu sur LL1, faire précéder la mantisse de 0,0;

Si le nombre est lu sur LL2, faire précéder la mantisse de 0;

Si le nombre est lu sur LL3, lecture directe du $\log_e$ sur b.

(Dans ce dernier cas, les chiffres de b représentent la caractéristique de 1 à 10; les subdivisions, la partie décimale.)

---

(1) Ou encore $\dfrac{\log_e n}{n} \left(\dfrac{\mathrm{B}}{\mathrm{LL}}\right)$,

l'origine 1 de l'échelle B étant en coïncidence avec le nombre e de l'échelle LL2, on peut donc lire directement $\log_e n$ sur B, en repérant n sur les échelles LL.

ÉLECTROTECHNIQUE

L'usage de la notation opératoire permet le calcul — souvent en un seul coup de règle et toujours de la même manière — d'un grand nombre d'expressions intéressantes qui trouvent leur application dans la résolution de nombreux calculs qui se présentent fréquemment dans la technique moderne (électrotechnique, résistance des matériaux, etc.).

Ces calculs ainsi codifiés se présentent sous la forme d'un véritable formulaire de notations opératoires qui apportent à l'usager une aide incomparable dans la pratique de sa spécialité.

Si l'on ajoute que la méthode de détermination de l'ordre de grandeur du résultat est générale et se fait toujours de la même façon, l'on conçoit avec quelle rapidité et avec quelle inégalable précision (puisque de nombreux reports sont ainsi évités) ces calculs peuvent être effectués.

Voici quelques exemples d'application de notations extraites des tableaux livrés sur demande avec l'instrument :

COURANT CONTINU

Rendement moteur

Notation opératoire :

$$\frac{0{,}736}{\eta_m} \longleftrightarrow \frac{P_e}{P_m}\left(\frac{b}{B}\right).$$

Exemple 1 :

Un moteur électrique absorbe une puissance de 0,81 kW avec un rendement de 82 %; quelle est la puissance mécanique en CV disponible sur l'arbre ?

$$\frac{0{,}736}{0{,}82} \longleftrightarrow \frac{0{,}81}{P_m} \qquad P_m = 0{,}9 \text{ CV.}$$

Exemple 2 :

Un moteur électrique fournit une puissance de 25 CV; son rendement à cette puissance est de 78 %; quelle est la puissance électrique absorbée ?

$$\frac{0{,}736}{0{,}78} \longleftrightarrow \underset{0{,}25 \times 10^2}{\overset{0{,}236 \times 10^2}{\frac{P_e}{25}}} \qquad P_e = 23{,}6 \text{ kW.}$$

Calcul de résistances

Notation opératoire :

$$\frac{L}{d} \longleftrightarrow \frac{R}{\Delta_r}\left(\frac{b^2}{B}\right).$$

Exemple 3 :

Calculer la longueur d'un conducteur en cuivre de 12 dixièmes de millimètre de diamètre et présentant une résistance R = 68,5 ohms ? (Δ_r = 0,148.)

$$\frac{68{,}5}{0{,}148} \longleftrightarrow \underset{0{,}12 \times 10}{\overset{45 \times 10^2}{\frac{L}{1{,}2}}} \qquad L = 4\,500 \text{ m.}$$

Perte de puissance par effet Joule

Notation opératoire :

$$\frac{R}{1} \longleftrightarrow \frac{W}{I}\left(\frac{b^2}{B}\right).$$

Exemple 4 :

La résistance à chaud de l'induit d'un moteur est de 0,22 ohms; tracer la courbe des pertes dans le cuivre avec la charge; le moteur absorbe à vide 3,5 ampères, en charge, 40 ampères.

Nous donnerons à I des valeurs arbitraires comprises entre 3,5 et 40, par exemple : 3,5, 6, 12, 20, 30, 40.

La notation opératoire devient :

$$\frac{0,22}{1} \longleftrightarrow \frac{W_1}{3,5} \longleftrightarrow \frac{W_2}{6} \longleftrightarrow \frac{W_3}{12} \longleftrightarrow \frac{W_4}{20} \longleftrightarrow \frac{W_5}{30} \longleftrightarrow \frac{W_6}{40}.$$

On trouve immédiatement $W_1 = 2,69$ watts et, par simple déplacement du curseur :

$$W_2 = 7,92,$$
$$W_3 = 31,68,$$
$$W_4 = 88,$$
$$W_5 = 198,$$
$$W_6 = 352.$$

Perte de puissance dans une ligne

Notations opératoires :

$$\begin{cases} (1)\ \dfrac{L}{1} \longleftrightarrow \dfrac{K}{\Delta_r}\left(\dfrac{B^2}{b}\right). \\ (2)\ \dfrac{K}{d} \longleftrightarrow \dfrac{W}{I}\left(\dfrac{B^2}{b}\right). \end{cases}$$

L, longueur en m.
Δ_r, diviseur pour résistances.
K, repéré par (1).
d, diamètre en mm.
I, intensité en ampères.
W, perte en watts.

Exemple 5 :

Étudier la perte de puissance dans une ligne de cuivre de 250 m de longueur, 2,8 mm de diamètre, parcourue par des intensités de 15, 20, 25, 30 ampères (Δ_r pour le cuivre = 0,148).

(1) donne :

$$\frac{250}{1} \longleftrightarrow \frac{\overset{550 \times 10^{-2}}{K}}{\underset{1,48 \times 10^{-1}}{0,148}} \qquad K = 5,5.$$

(2) donne :

$$\frac{5,5}{2,8} \longleftrightarrow \frac{\overset{1,58 \times 10^{2}}{W_1}}{\underset{1,5 \times 10}{15}} \longleftrightarrow \frac{W_2}{20} \longleftrightarrow \frac{W_3}{25} \longleftrightarrow \frac{W_4}{30}.$$

On détermine, comme indiqué précédemment, l'ordre de grandeur de W_1 :

$$W_1 = 158 \text{ watts},$$

et l'on a, par simple déplacement du curseur :

$$W_2 = 280,$$
$$W_3 = 440,$$
$$W_4 = 630, \text{ etc.}$$

Chute de tension dans une ligne (en fonction de l'intensité)

Notations opératoires :

$$\begin{cases} (1) \quad \dfrac{L}{1} \longleftrightarrow \dfrac{m}{\Delta_r}\left(\dfrac{B^2}{b}\right). \\ (2) \left(\dfrac{B^2}{b}\right)\dfrac{m}{d} \longleftrightarrow \dfrac{v}{I}\left(\dfrac{B^2}{b^2}\right). \end{cases}$$

L, longueur en m.
Δ_r, diviseur pour résistance.
m, calculé par (1).
d, diamètre en mm.
I, intensité en ampères.
v, chute de tension en volts.

Exemple 6 :

Étudier la chute de tension dans une ligne en cuivre de 5 mm de diamètre, 250 m de longueur pour des intensités de 15, 20, 25, 30 ampères (pour le cuivre $\Delta_r = 0{,}148$).

(1) donne :

$$\frac{250}{1} \longleftrightarrow \frac{\begin{matrix}550 \times 10^{-2} \\ m\end{matrix}}{\begin{matrix}0{,}148 \\ 1{,}48 \times 10^{-1}\end{matrix}} \qquad m = 5{,}5.$$

(2) donne :

$$\frac{5{,}5}{\begin{matrix}5 \\ 25\ldots\end{matrix}} \longleftrightarrow \frac{v_1}{15} \longleftrightarrow \frac{v_2}{20} \longleftrightarrow \frac{v_3}{25} \longleftrightarrow \frac{v_4}{30}.$$

Pour l'ordre de grandeur, voir combinaisons d'échelles, utilisation des échelles B^2, b^2 et b.

On trouve immédiatement :

$v_1 = 3{,}3$ volts.
$v_2 = 4{,}4$ volts.
$v_3 = 5{,}5$ volts.
$v_4 = 6{,}6$ volts.

Résistance d'isolement de câble

Notations :

$$\begin{cases} (1) \quad \dfrac{1}{e} \longleftrightarrow \dfrac{n}{k}\left(\dfrac{b}{LL}\right). \\ (2) \quad \dfrac{l}{1\,596} \longleftrightarrow \dfrac{\rho}{m}\left(\dfrac{b}{B}\right). \\ (3) \quad \dfrac{1}{m} \longleftrightarrow \dfrac{n}{R}\left(\dfrac{b}{B}\right). \end{cases}$$

e, base des logarithmes népériens.
$k = \dfrac{r_2}{r_1}$.
r_2, rayon de l'isolant.
r_1, rayon du conducteur.
l, longueur du câble en m.
ρ, résistivité de l'isolant en mégohms-cm.
n, calculé par (1).
m, calculé par (2).
R, résistance d'isolement en ohms.

Exemple 7 :

Calculer l'épaisseur à donner à l'isolant d'un câble sous-marin devant présenter une résistance d'isolement kilométrique de 500 mégohms; diamètre du conducteur 2 mm, $\rho = 30 \times 10^7$ mégohms-cm (*Problèmes de l'élève ingénieur*, par Fouillé).

La question revient à calculer k.

(2) donne :

$$\frac{1\,000}{1\,596} \longleftrightarrow \frac{\overset{3\,000 \times 10^5}{30 \times 10^7}}{\underset{4\,780 \times 10^5}{m}} \qquad m = 4\,780 \times 10^5.$$

(3) donne :

$$\frac{1}{4\,780 \times 10^5} \longleftrightarrow \frac{\overset{1{,}045}{n}}{\underset{5\,000 \times 10^5}{500 \times 10^6}} \qquad n = 1{,}046.$$

(1) donne :

$$\frac{1}{e} \longleftrightarrow \frac{1{,}046}{k} \qquad k = 2{,}85.$$

Or $\frac{r_2}{r_1} = k$, d'où $r_2 = kr_1 = 2{,}85 \times 1 = 2{,}85$ (car si $d = 2$, $r_1 = 1$), d'où $r_2 - r_1 = 2{,}85 - 1 = 1{,}85$ mm ; c'est l'épaisseur cherchée.

COURANT ALTERNATIF

Facteur de puissance

Notation opératoire :

$$\left(\frac{a}{B}\right) \frac{I}{U} \longleftrightarrow \frac{\cos\varphi}{P} \left(\frac{b}{B}\right).$$

Exemple 8 :

Un circuit monophasé absorbe un courant de 7 ampères sous une tension de 110 volts ; le wattmètre indique 670 watts ; quel est le facteur de puissance?

$$\frac{\overset{0{,}14\ldots}{7}}{110} \longleftrightarrow \frac{\cos\varphi}{670} \qquad \cos\varphi = 0{,}87.$$

Impédance d'un circuit RL

Notations opératoires :

$$\begin{cases} (1) \quad \dfrac{L}{0{,}159} \longleftrightarrow \dfrac{Z'}{F} \left(\dfrac{b}{B}\right). \\ (2) \quad \dfrac{1}{R} \longleftrightarrow \dfrac{k}{Z'} \longleftrightarrow \dfrac{k+1}{Z_1} \left(\dfrac{b^2}{B}\right). \end{cases}$$

L, self en H.
F, fréquence en pér./s.
Z', repéré par (1).
k, correspondance intermédiaire.
Z_1, impédance en ohms.

Exemple 9 :

Quelle est l'impédance d'un circuit présentant une résistance de 2 ohms, une self de 0,018 henry, parcouru par un courant de fréquence 50 ?

(1) donne :

$$\frac{0{,}018}{0{,}159} \longleftrightarrow \frac{\overset{0{,}0567 \times 10^2}{Z'}}{\underset{0{,}50 \times 10^2}{50}} \qquad Z' = 5{,}67.$$

(2) donne :

$$\frac{1}{2} \longleftrightarrow \frac{\overset{8}{k}}{5{,}67} \longleftrightarrow \frac{\overset{9}{k+1}}{Z_1} \qquad Z_1 = 6{,}03 \text{ ohms}.$$

Fréquence et longueur d'onde d'un circuit oscillant (formule de Thomson)

Notations opératoires :

$$\text{Fréquence}\begin{cases}(1)\ \dfrac{L}{L}\longleftrightarrow\dfrac{C}{A}\left(\dfrac{b^2}{B}\right)\\[2mm](2)\ \dfrac{1}{A}\longleftrightarrow\dfrac{f}{159\,220}\left(\dfrac{b}{B}\right)\end{cases}$$

$$\text{Longueur d'onde}\begin{cases}(1)\ \dfrac{L}{L}\longleftrightarrow\dfrac{C}{A}\left(\dfrac{b^2}{B}\right)\\[2mm](3)\ \dfrac{1}{A}\longleftrightarrow\dfrac{1{,}885}{\lambda}\left(\dfrac{b}{B}\right)\end{cases}$$

L, self en μH.
C, capacité en $\mu\mu$F.
A, constante repérée par (1).
f, fréquence en kc/s.
λ, longueur d'onde en m.

Exemple 10 :

Déterminer la fréquence et la longueur d'onde d'un circuit présentant une self de 200 μH et une capacité de 400 $\mu\mu$F ?

(1) donne :

$$\frac{200}{200}\longleftrightarrow\frac{400}{A}\qquad A = 283.$$

(2) donne :

$$\frac{1}{283}\longleftrightarrow\frac{\overset{0{,}564\times 10^3}{f}}{\underset{159{,}220\times 10^3}{159\,220}}\qquad f = 564 \text{ kc/s}.$$

(3) donne :

$$\frac{1}{283}\longleftrightarrow\frac{1{,}885}{\lambda}\qquad \lambda = 530{,}25 \text{ m}.$$

Self d'une bobine à une couche

Notations opératoires :

$$\begin{cases}(1)\quad \dfrac{K}{101{,}4}\longleftrightarrow\dfrac{A}{l}\left(\dfrac{b}{B}\right)\\[2mm](2)\ \left(\dfrac{B^2}{a}\right)\dfrac{A}{n}\longleftrightarrow\dfrac{L}{d}\left(\dfrac{B^2}{b}\right)\end{cases}$$

K, constante dépendant du rapport $\frac{d}{l}$.
l, longueur en cm.
A, constante repérée par (1).
n, nombre de tours par cm.
d, diamètre en cm.
L, self en μH.

Exemple 11 :

Calculer la self d'une bobine à une couche de longueur 8 cm, de diamètre 4 cm et de 12 tours par cm $\left(\text{pour } \frac{d}{l} = 0{,}5, \text{ le tableau donne } K = 0{,}818\right)$.

(1) donne :

$$\frac{0{,}818}{101{,}4}\longleftrightarrow\frac{\overset{6{,}44\times 10^{-2}}{A}}{\underset{800\times 10^{-2}}{8}}\qquad A = 0{,}0644.$$

(2) donne :

$$\frac{0{,}0644}{\underset{0{,}08\ldots}{12}}\longleftrightarrow\frac{\overset{0{,}0148\times 10^4}{L}}{\underset{0{,}04\times 10^2}{4}}\qquad L = 148\ \mu\text{H}.$$

Capacité électrostatique de conducteurs aériens (deux câbles parallèles)

Notations opératoires :

$$\begin{cases} (1) & \dfrac{1}{e} \longleftrightarrow \dfrac{A_1}{m_1}\left(\dfrac{b}{LL}\right). \\ (2)\ \left(\dfrac{a}{B}\right)\dfrac{36}{A_1} & \longleftrightarrow \dfrac{C}{1}\left(\dfrac{b}{B}\right). \end{cases}$$

e, base des log népériens.
d, distance des conducteurs en cm.
r, rayon des conducteurs en cm.
A_1, donné par (1).
$m_1 = \dfrac{d}{r}$.
C, capacité en μF.

Exemple 12 :

Capacité de conducteurs aériens pour lesquels $\dfrac{d}{r} = m_1 = 80$.

(1) donne :

$$\frac{1}{e} \longleftrightarrow \frac{A_1}{80} \qquad A_1 = 4{,}38.$$

(2) donne :

$$\frac{\overset{0{,}027\ldots}{36}}{4{,}38} \longleftrightarrow \frac{\overset{0{,}0635 \times 10^{-1}}{C}}{\underset{10 \times 10^{-1}}{1}} \qquad C = 0{,}0063\ \mu F.$$

Etc.

Détermination du cos φ (connaissant W_a et W_r)

Notations opératoires :

$$\begin{cases} (1)\ \dfrac{1}{W_r} \longleftrightarrow \dfrac{m}{W_a} \longleftrightarrow \dfrac{m+1}{W_{app}}\left(\dfrac{b^2}{B}\right). \\ (2)\qquad \dfrac{W_a}{W_{app}} \longleftrightarrow \dfrac{\cos\varphi}{1}\left(\dfrac{b}{B}\right). \end{cases}$$

W_a, puissance active.
W_r, puissance réactive.
W_{app}, puissance apparente.

Exemple 13 :

Déterminer le cos φ d'une installation, sachant que $W_a = 5\,000$ watts, $W_r = 2\,500$ vars.

(1) donne :

$$\frac{1}{2\,500} \longleftrightarrow \frac{\overset{4}{m}}{5\,000} \longleftrightarrow \frac{\overset{5}{m+1}}{W_{app}} \qquad W_{app} = 5\,600.$$

(2) donne :

$$\frac{5\,000}{5\,600} \longleftrightarrow \frac{\cos\varphi}{1} \qquad \cos\varphi = 0{,}895.$$

PARIS — IMP. L. HARDY 63894
2-49 Dépôt légal 1er trimestre